

Enseigner la proportionnalité au cycle 3

Montreuil 2
5 février 2020

Florence BRÊTEAU
Sébastien HENIN



Enseignants de CM1 et CM2

Durée : 6 h

Présentiel 1

Mardi 4 février de
17h à 18h30

Appréhender les problématiques
d'enseignement de la
proportionnalité

In situ au sein de la classe
Accompagnement à distance

Mettre en œuvre à l'école les
démarches proposées au
présentiel 1

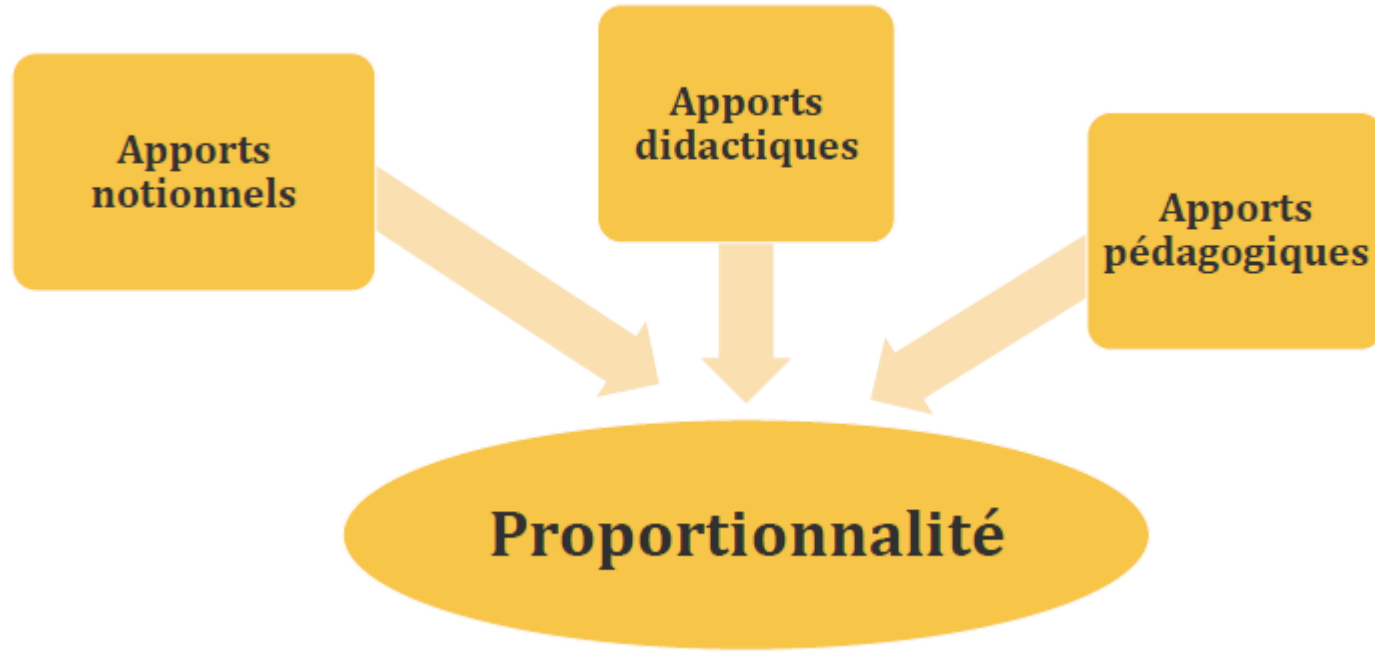
Présentiel 2

Mardi 19 mai de 17h à 18h30

Partager, mutualiser



Objectifs





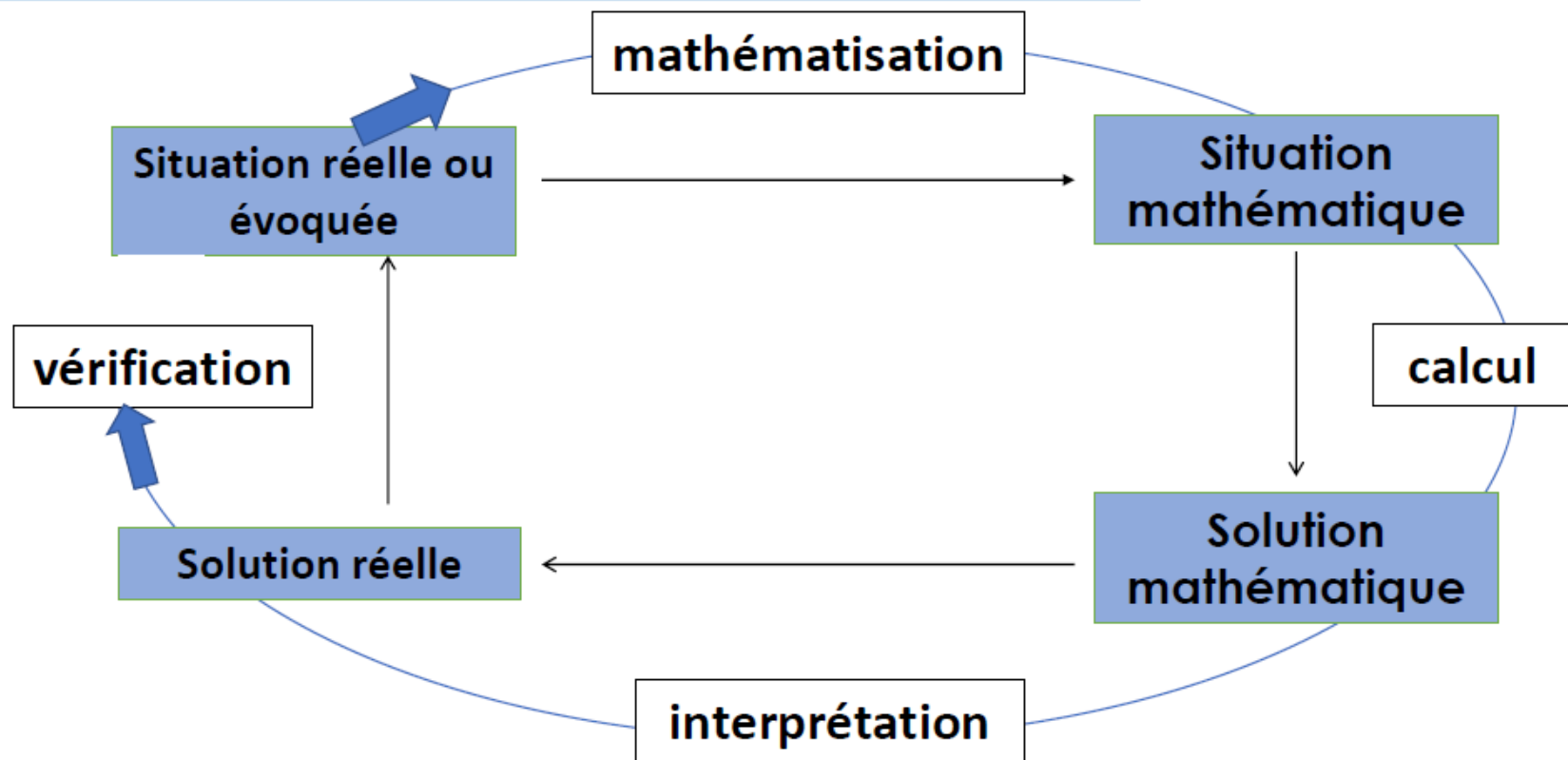
Objectifs

- Consolider ses connaissances mathématiques
- Préparer son enseignement
- Mettre en oeuvre des séquences de résolution de problèmes de proportionnalité associées à des séances de calcul mental

Introduction



La proportionnalité : une modélisation du réel



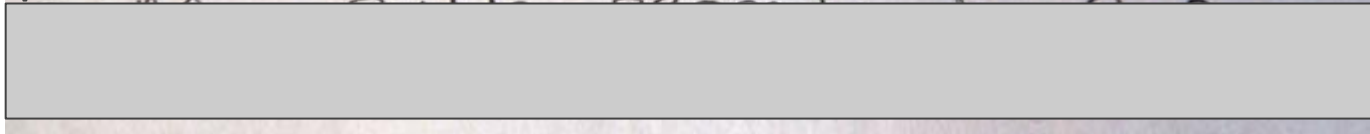
Exemple de cycle de modélisation

Problème 5 :

Théo a 5 ans. Il mesure 110 centimètres.
Quel sera sa taille à 10 ans ?

Peut-on trouver la réponse ?

Si NON, pourquoi ? Si OUI, quelle est la réponse ?



Exemple de cycle de modélisation

Problème 5 :

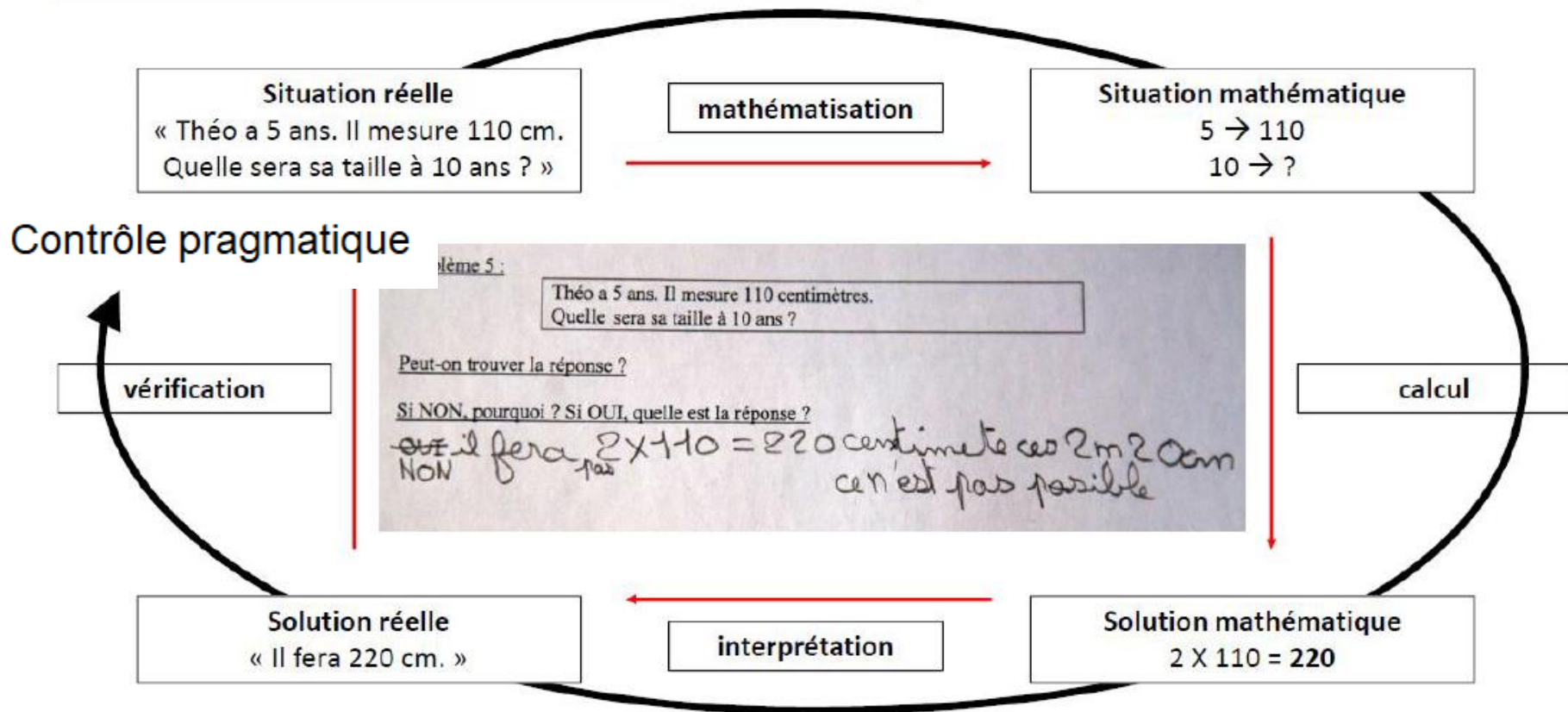
Théo a 5 ans. Il mesure 110 centimètres.
Quel sera sa taille à 10 ans ?

Peut-on trouver la réponse ?

Si NON, pourquoi ? Si OUI, quelle est la réponse ?

~~OUI~~ il fera $2 \times 110 = 220$ centimètres ce qui est 2m20cm
NON _{pas} ce n'est pas possible

Exemple de cycle de modélisation





Les notions fondamentales d'enseignement de la proportionnalité



Définition

On dit que **deux mesures** sont **proportionnelles** quand on peut passer de l'une à l'autre en multipliant ou en divisant par une **même constante** non nulle. Dans le cas où l'on multiplie, cette constante est appelée coefficient de proportionnalité.



Résoudre une situation de proportionnalité

Sachant que 4 stylos valent 2 euros,
combien valent 8 stylos ?

Sachant que 4 stylos valent 2,42 euros,
combien valent 8 stylos ?

Sachant que 4 stylos valent 2 euros,
combien valent 14 stylos ?

Sachant que 4 stylos valent 2,42 euros,
combien valent 14 stylos ?

Sachant que 4 stylos valent 2 euros,
combien valent 8 stylos ?

→ Propriétés de linéarité de la multiplication

Si 4 stylos valent 2 euros

8 stylos c'est deux fois plus de stylos,
ils valent deux fois plus d'euros : 4 euros

→ Coefficient de proportionnalité

4 stylos valent 2 euros : 2 euros c'est deux fois moins que 4

Pour 8 stylos, je calcule deux fois moins que 8 : 4 euros

→ Passage à l'unité

4 stylos valent 2 euros : 1 stylo vaut 50 c

8 stylos valent 5 euros

Sachant que 4 stylos valent 2,42 euros,
combien valent 8 stylos ?

→ Propriétés de linéarité de la multiplication

Si 4 stylos valent 2,42 euros

8 stylos c'est deux fois plus de stylos,
ils valent deux fois plus d'euros : 4,84 euros

Sachant que 4 stylos valent 2 euros,
combien valent 14 stylos ?

→ Coefficient de proportionnalité

4 stylos valent 2 euros : 2 euros c'est deux fois moins que 4

Pour 14 stylos, je calcule deux fois moins que 14 :

c'est 7 euros

→ Passage à l'unité

4 stylos valent 2 euros : 1 stylo vaut 50 c

14 stylos valent 7 euros

Sachant que 4 stylos valent 2,42 euros,
combien valent 14 stylos ?

→ Propriétés de linéarité de la multiplication

Si 4 stylos valent 2,42 euros

8 stylos c'est deux fois plus de stylos,

ils valent deux fois plus d'euros : 4,84 euros

→ Propriétés de linéarité de l'addition

12 stylos valent la somme des deux montants 7,26 euros

2 stylos valent deux fois moins que 4 stylos : 1,21 euros

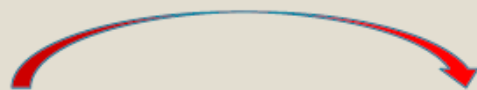
14 stylos valent la somme des deux montants : 8,47 euros

Sachant que 4 bonbons valent 2 euros, combien valent 8 bonbons?

Le rapport interne (rapport scalaire) est le rapport qu'il y a entre les nombres, les mesures d'une même grandeur, dans la même unité

rapport externe simple

rapport
interne
simple



4 bonbons coûtent 2 euros

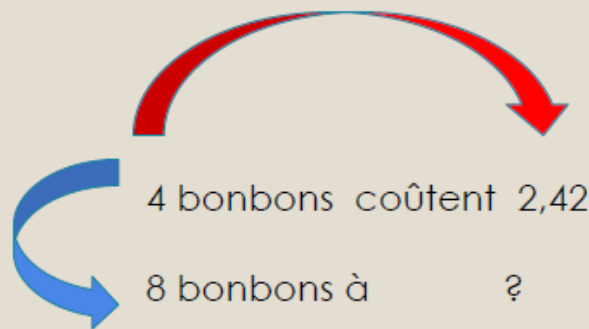
8 bonbons coûtent ?

Le rapport externe (opérateur) est le rapport dans un couple de données se correspondant, c'est le coefficient de proportionnalité

→ Utilisation des propriétés de linéarité

Sachant que 4 bonbons valent 2,42 euros, combien valent 8 bonbons?

rapport
interne
simple



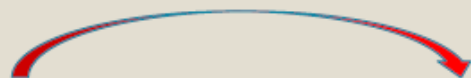
rapport externe complexe

Si le rapport interne est simple, on aura tendance à l'utiliser, c'est-à-dire utiliser les relations de linéarité : propriété additive et multiplicative.

→ Utilisation des propriétés de linéarité

Sachant que 4 bonbons valent 2 euros, combien valent 14 bonbons?

rapport externe simple



rapport
interne
complexe



4 bonbons coûtent 2 euros

14 bonbons coûtent ?

Le rapport externe (opérateur) est le rapport dans un couple de données se correspondant, c'est le coefficient de proportionnalité

→ Utilisation du coefficient de proportionnalité

Sachant que 4 bonbons valent 2,42 euros, combien valent 14 bonbons?

rapport
interne
complexe



rapport externe complexe



4 bonbons coûtent 2,42 euros

14 bonbons coûtent ?

La valeur unitaire est compliquée et il est difficile de passer de 4 à 14...

Pas de procédure efficace simple

Sachant que 4 stylos valent 2 euros,
combien valent 8 stylos ?

*rapport interne simple
rapport externe simple*

Sachant que 4 stylos valent 2,42 euros,
combien valent 8 stylos ?

*rapport interne simple
rapport externe complexe*

→ Utilisation des propriétés de linéarité

Sachant que 4 stylos valent 2 euros,
combien valent 14 stylos ?

*rapport interne complexe
rapport externe simple*

→ Utilisation du coefficient de proportionnalité

Sachant que 4 stylos valent 2,42 euros,
combien valent 14 stylos ?

*rapport interne complexe
rapport externe complexe*



Les pourcentages

Un pourcentage est l'expression d'une proportion pour cent unités.

Systeme efficace pour comparer des proportions :

Dans la classe de Lisette il y a 27 élèves dont 13 filles. Dans celle d'Alban il y a 23 élèves dont 12 filles.

Dans quelle classe y a-t-il le plus de filles?

(additif : $13 > 12$)

Dans quelle classe les filles sont-elles le plus représentées ?

(multiplicatif : 48% contre 52%)



Les vitesses

$$d = v \times t$$

dans cette expression, la vitesse « v » **constante** apparaît comme le coefficient de proportionnalité qui lie distance « d » et durée « t ».

Exemple : Un train roule à vitesse constante de 120km/h pendant 2h30, quelle distance a-t-il parcourue ?

120 km en une heure donc 60 km en une demi heure
ainsi $120 + 120 + 60 = 300$ km en deux heures et demie.

Les échelles

Il y a plusieurs types d'échelles sur les cartes et plans mais tous donnent une relation de proportionnalité entre les distances réelles et les distances représentées

$$\text{Echelle} = \frac{\text{Distance sur le plan}}{\text{Distance réelle}}$$

Les distances
sont exprimées
dans la même
unité!

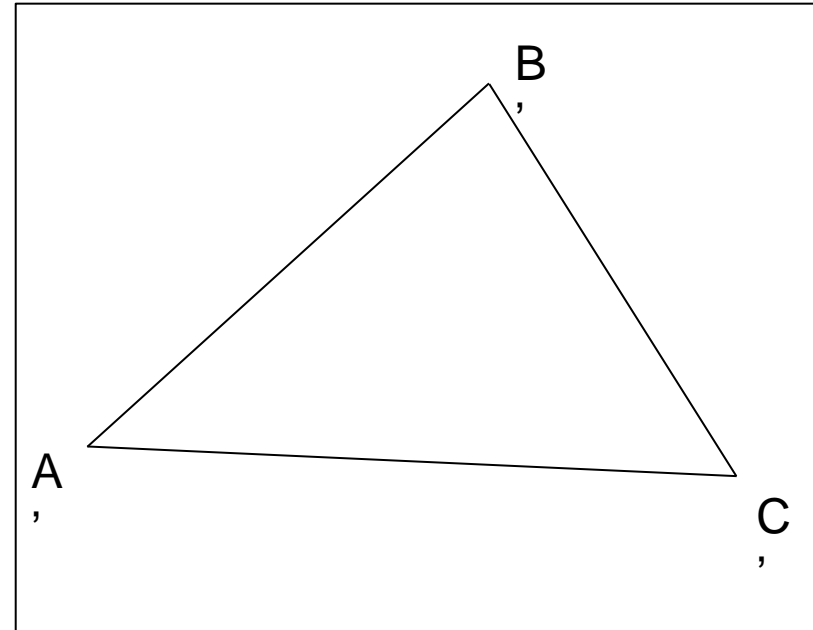
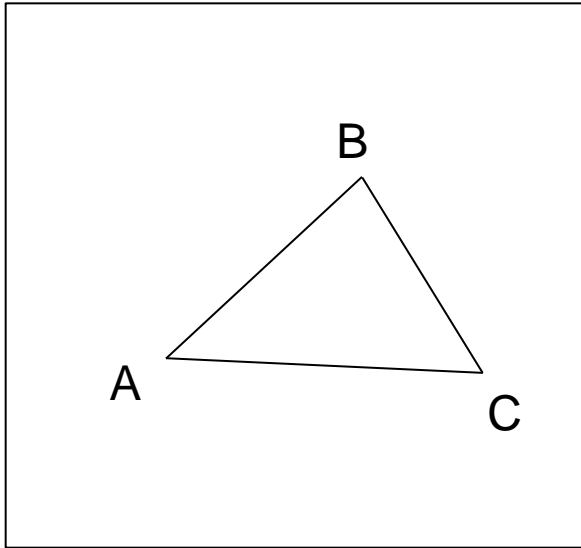
Exemple :

Une carte de randonnée IGN est à l'échelle $\frac{1}{25000}$. Cela signifie que 1 cm sur la carte correspond à 25000 cm dans la réalité.

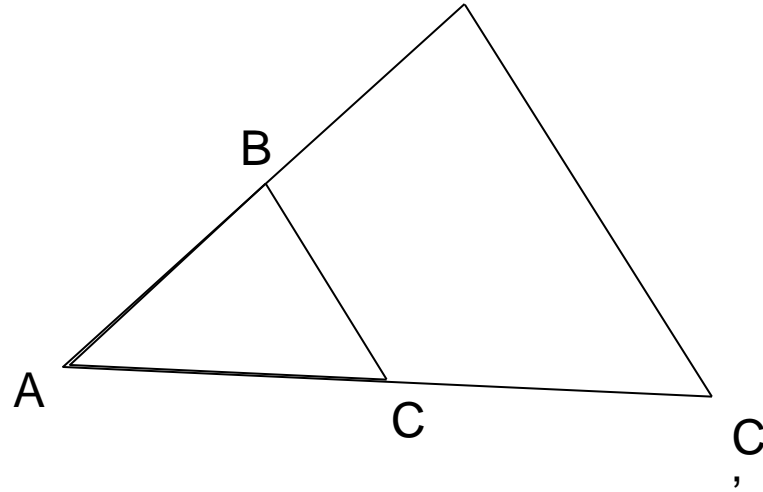
Proportionnalité en géométrie

Agrandissement – réduction

Doc. eduscol



THALES



$$\frac{AB}{AB'} = \frac{AC}{AC'} = \frac{BC}{B'C'}$$

Il n'y a que dans un problème de maths qu'on peut acheter 63 pastèques sans qu'on vous demande ce qui ne va pas chez vous...



Les programmes : Repères de progressivité



Résoudre des problèmes de proportionnalité au cycle 3

Ils sont composés de **3 thèmes d'étude** :

Nombres et calculs - Grandeurs et mesures - Espace et géométrie

Points d'attention pour enseigner la proportionnalité :

1. La reconnaissance des situations de proportionnalité / non proportionnalité.
2. L'enseignement progressif des différentes procédures pour traiter les situations de proportionnalité.
3. Les relations entre les nombres, comme variable didactique
4. La place de l'étayage, de la différenciation

Repères annuels de progression Cycle 3



NOMBRES ET CALCULS (suite)

La résolution de problèmes

Dès le début du cycle, les problèmes proposés relèvent des quatre opérations.

La progressivité sur la résolution de problèmes combine notamment :

- les nombres mis en jeu : entiers (tout au long du cycle) puis décimaux dès le CM1 sur des nombres très simples ;
- le nombre d'étapes que l'élève doit mettre en œuvre pour leur résolution ;
- les supports proposés pour la prise d'informations : texte, tableau, représentations graphiques.

La communication de la démarche prend différentes formes : langage naturel, schémas, opérations.

Problèmes relevant de la proportionnalité

Le recours aux propriétés de linéarité (multiplicative et additive) est privilégié. Ces propriétés doivent être explicitées ; elles peuvent être institutionnalisées de façon non formelle à l'aide d'exemples verbalisés (« Si j'ai deux fois, trois fois... plus d'invités, il me faudra deux fois, trois fois... plus d'ingrédients » ; « Je dispose de briques de masses identiques. Si je connais la masse de 7 briques et celle de 3 briques alors je peux connaître la masse de 10 briques en faisant la somme des deux masses »). Dès la **période 1**, des situations de proportionnalité peuvent être proposées (recettes...). L'institutionnalisation des propriétés se fait progressivement à partir de la **période 2**.

Dès la **période 1**, le passage par l'unité vient enrichir la palette des procédures utilisées lorsque cela s'avère pertinent.

À partir de la **période 3**, le symbole % est introduit dans des cas simples, en lien avec les fractions d'une quantité (50 % pour la moitié ; 25 % pour le quart ; 75 % pour les trois quarts ; 10 % pour le dixième).

Tout au long de l'**année**, les procédures déjà étudiées en CM sont remobilisées et enrichies par l'utilisation explicite du coefficient de proportionnalité lorsque cela s'avère pertinent.

Dès la **période 2**, en relation avec le travail effectué en CM, les élèves appliquent un pourcentage simple (en relation avec les fractions simples de quantité : 10 %, 25 %, 50 %, 75 %).

Dès la **période 3**, ils apprennent à appliquer un pourcentage dans des registres variés.

CM1

Le recours aux **propriétés linéaires (multiplicatives et additives)** avec des nombres entiers.

Ces propriétés doivent être **explicitées**.

Dès la période 1, des situations de proportionnalité de **la vie courante** peuvent être proposées (recettes...).

Dès la période 2, la **formalisation des propriétés** se fait progressivement.

Nombres et calculs

CM2

Dès la période 1, **passage par l'unité**

Dès la période 3, le **symbole %**

6^{ème}

Tout au long de l'année, utilisation explicite du **coefficient de proportionnalité**

Dès la période 2, application du pourcentage simple:
10% , 25% , 50% , 75%

Dès la période 3, application du pourcentage dans des registres variés.

Repères annuels de progression Cycle 3

GRANDEURS ET MESURES

Proportionnalité

Les élèves commencent à identifier et à résoudre des problèmes de proportionnalité portant sur des grandeurs.

Des situations très simples impliquant des échelles et des vitesses constantes peuvent être rencontrées.

Sur des situations très simples en relation avec l'utilisation d'un rapporteur, les élèves construisent des représentations de données sous la forme de diagrammes circulaires ou semi-circulaires.

Grandeurs et mesures

CM1

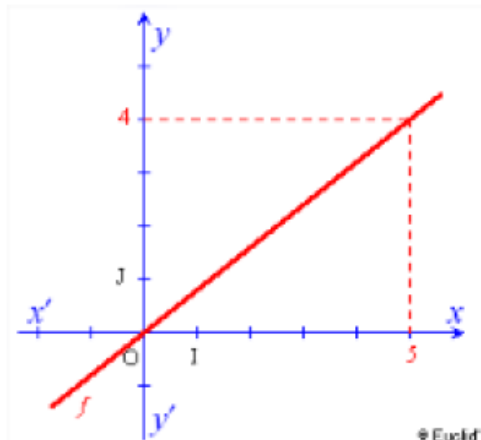
Les élèves commencent à identifier et à résoudre des **problèmes** de proportionnalité portant **sur des grandeurs**

CM2

Des situations très simples impliquant des **échelles** et des **vitesse constantes** peuvent être rencontrées.

6^{ème}

Les élèves construisent des représentations de données sous la forme de **diagrammes** circulaires ou semi-circulaires.



ESPACE ET GÉOMÉTRIE

La proportionnalité

Les élèves agrandissent ou réduisent une figure dans un rapport simple donné (par exemple $\times \frac{1}{2}$, $\times 2$, $\times 3$).

Les élèves agrandissent ou réduisent une figure dans un rapport plus complexe qu'au CM2 (par exemple $\frac{3}{2}$ ou $\frac{3}{4}$); ils reproduisent une figure à une échelle donnée et complètent un agrandissement ou une réduction d'une figure donnée à partir de la connaissance d'une des mesures agrandie ou réduite.

Espace et géométrie

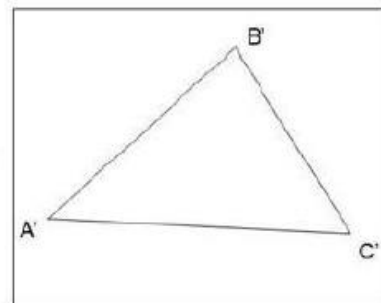
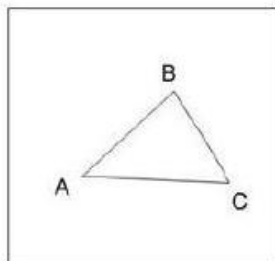
CM1

CM2

6^{ème}

Les élèves **agrandissent ou réduisent une figure** dans un **rapport simple** donné (par exemple $\times \frac{1}{2}$, $\times 2$, $\times 3$)

Les élèves agrandissent ou réduisent une figure dans un **rapport plus complexe** qu'en CM (par exemple $\times \frac{3}{2}$, $\times \frac{3}{4}$) Ils reproduisent une figure à **une échelle** donnée.



Repères de progressivité

1. La proportionnalité doit être traitée dans le cadre de chacun des trois domaines :

- Nombres et calculs
- grandeurs et mesures
- Espace et géométrie

2. CM1

- le recours aux **propriétés de linéarité** (additive et multiplicative) est privilégié dans des problèmes mettant en jeu des **nombres entiers**,
- Ces propriétés doivent être explicitées ; **elles peuvent être institutionnalisées de façon non formelle à l'aide d'exemples** (« si j'ai deux fois, trois fois... plus d'invités, il me faudra deux fois, trois fois... plus d'ingrédients » ; « si 6 stylos coutent 10 euros et 3 stylos coutent 5 euros, alors 9 stylos coutent 15 euros »),
- Les procédures du type passage par l'unité ou calcul du coefficient de proportionnalité sont mobilisées progressivement sur des problèmes le nécessitant et en fonction des nombres (entiers ou décimaux) choisis dans l'énoncé ou intervenant dans les calculs.

3. CM2

- Des situations impliquant des échelles ou des vitesses constantes peuvent être rencontrées,
- **Le sens de l'expression « ...% de » apparaît en milieu de cycle.** Il s'agit de savoir l'utiliser dans des cas simples (50 %, 25 %, 75 %, 10 %) où aucune technique n'est nécessaire, en lien avec les fractions d'une quantité,
- En fin de cycle, l'application d'un taux de pourcentage est un attendu.

Progressivité à partir d'un énoncé

« On dispose d'un sac de billes identiques. On connaît la masse de 3 billes (51g) et de 5 billes (85g) »

Début CM1 : linéarité somme et différence « Quelle est la masse de 8 billes ? de 2 billes ? »

Fin CM1 : linéarité somme / différence / double et mixte (facile à identifier) « Quelle est la masse de 6 billes ? de 10 billes ? de 13 billes ? de 7 billes ? »

Début CM2 : linéarité somme / différence / multiple / diviseur / mixte « Quelle est la masse de 21 billes ? de 28 billes ? de 500 billes ? de 250 billes ? 125 billes ? »

Fin CM2 : linéarité et passage à l'unité « Quelle est la masse de 20 billes ? de 21 billes ? de 1 bille ? de 87 billes ? »

Sixième : linéarité / passage à l'unité / coefficient de proportionnalité / tableau de proportionnalité.

Résumer sous forme de tableau la situation de la masse des billes en sachant faire apparaitre les opérations de linéarité et le coefficient de proportionnalité.

Progressivité de l'apprentissage des procédures : par étape et spiralaire

	Septembre-Octobre	Novembre-Décembre	Janvier-Février	Mars-Avril	Mai-juin
CM1	Propriétés de linéarité (additive et multiplicative)				
	P 1	P 2	P 3	P 4	P 5
	Introduire → Institutionnaliser				
CM2	Passage à l'unité puis coeff. de proportionnalité (fin CM2)				
	P 6	P 7	P 8	P 9	P 10
6 ^{ème}	Coeff. de proportionnalité				
	P 11	P 12	P 13	P 14	P 15
5 ^{ème}	Produit en croix				

Les procédures de résolution des problèmes de proportionnalité.

Problème 3 :

Dans la recette du poulet au citron il faut 2 citrons pour 5 personnes.
Combien faut-il de citrons pour 20 personnes ?

Peut-on trouver la réponse ? oui

Si NON, pourquoi ? Si OUI, quelle est la réponse ?

Procédure experte ou non ?

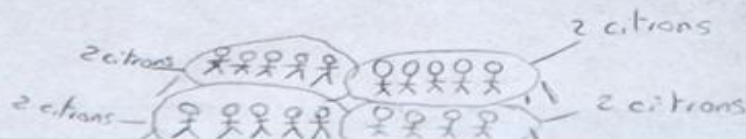
Problème 3 :

Dans la recette du poulet au citron il faut 2 citrons pour 5 personnes.
Combien faut-il de citrons pour 20 personnes ?

Peut-on trouver la réponse ? oui

Si NON, pourquoi ? Si OUI, quelle est la réponse ? Il faut 8 citrons pour 20 personnes.

j'ai fait 4 tables de 5 personnes et j'ai ajouter 2 citrons à une table. Puis j'ai additionner le nombre de citrons.



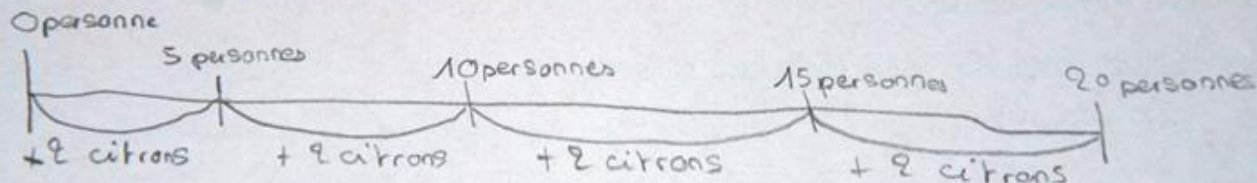
Procédure experte ou non ?

Problème 3 :

Dans la recette du poulet au citron il faut 2 citrons pour 5 personnes.
Combien faut-il de citrons pour 20 personnes ?

Peut-on trouver la réponse ? oui

Si NON, pourquoi ? Si OUI, quelle est la réponse ?



$$2 + 2 + 2 + 2 = 8 \text{ citrons.}$$

Il faut 8 citrons pour 20 personnes

Propriété additive de la linéarité

Procédure experte ou non ?

Problème 3 :

Dans la recette du poulet au citron il faut 2 citrons pour 5 personnes.
Combien faut-il de citrons pour 20 personnes ?

Peut-on trouver la réponse ? oui

Si NON, pourquoi ? Si OUI, quelle est la réponse ?

$$\begin{array}{r} \times 2 \\ \hline 4 \\ \hline \times 5 \\ \hline 20 \end{array}$$

2 citrons	pour 5 personnes
4 citrons	pour 10 personnes
6 citrons	pour 15 personnes
8 citrons	pour 20 personnes

il faut 8 citrons pour 20 personnes

Procédure mixte :

Propriété additive / multiplicative de la linéarité

Procédure experte ou non ?

Problème 3 :

Dans la recette du poulet au citron il faut 2 citrons pour 5 personnes.
Combien faut-il de citrons pour 20 personnes ?

Peut-on trouver la réponse ? oui

Si NON, pourquoi ? Si OUI, quelle est la réponse ?

nombre citrons	2	8
nombre personnes	5	20

$\times 4$

$\times 4$

Il faudra 8 citrons pour 20 personnes

Propriété multiplicative de la linéarité

Procédure experte ou la plus adaptée ?

Problème 3 :

Dans la recette du poulet au citron il faut 2 citrons pour 5 personnes.
Combien faut-il de citrons pour 20 personnes ?

Peut-on trouver la réponse ? oui

Si NON, pourquoi ? Si OUI, quelle est la réponse ?

$$\begin{array}{r} 20 \\ - 20 \\ \hline 0 \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} 5 \text{ il faut pour} \\ 0,4 \text{ 1 personne} \\ 0,4 \text{ de } \times 0,4 \\ \text{citrons.} \end{array} \right. \quad \begin{array}{r} 20 \\ \times 0,4 \\ \hline 80 \\ + 000 \\ \hline 08,0 \end{array} \quad \text{Il faut 8 citrons.}$$

Retour à l'unité

Procédure experte ou non ?

Problème 3 :

Dans la recette du poulet au citron il faut 2 citrons pour 5 personnes.
Combien faut-il de citrons pour 20 personnes ?

Peut-on trouver la réponse ? oui

Si NON, pourquoi ? Si OUI, quelle est la réponse ?

$$20 \times \frac{2}{5} = \frac{40}{5} = 8$$

Il faut 8 citrons pour 20 personnes.

Passage par l'unité ?

Utilisation du coefficient de proportionnalité ?

Produit en croix ?

Procédure experte ou **la plus adaptée** ?

L'objectif n'est pas de mettre en avant telle ou telle procédure particulière, mais de permettre à l'élève de disposer d'un répertoire de procédures, s'appuyant toujours sur le sens, parmi lesquelles il pourra choisir (...) (document eduscol)

(...) la comparaison de différentes procédures doit permettre aux élèves d'acquérir ces différentes procédures et de prendre conscience qu'en fonction des nombres en jeu dans un problème, certaines sont plus efficaces que d'autres (...)

Les erreurs des élèves

Persistance du modèle additif

Problème 1 :

Chez le boulanger, j'ai payé 1 euro et 60 centimes d'euros pour deux baguettes de pain.
Quel est le prix à payer pour 6 baguettes ?

Peut-on trouver la réponse ?

Si NON, pourquoi ? Si OUI, quelle est la réponse ?

$1,60 + 4 = 5,60$
pour 6 baguette il faudra 5 € et 60 centime

Pour 4 baguettes de PLUS on paye 4 euros de PLUS !

→ Introduction d'un troisième couple de données.

Les erreurs des élèves

Non prise en compte du passage à l'unité

Problème 1 :

Chez le boulanger, j'ai payé 1 euro et 60 centimes d'euros pour deux baguettes de pain.
Quel est le prix à payer pour 6 baguettes ?

Peut-on trouver la réponse ?

Si NON, pourquoi ? Si OUI, quelle est la réponse ?

$$\begin{array}{r}
 \cancel{1},60 \\
 \times \quad 6 \\
 \hline
 9,60
 \end{array}$$

Le prix de 6 baguettes
s'est 9,60€

→ Dans l'énoncé : « deux baguettes » ou « 2 baguettes » ?

Les erreurs des élèves

Choix de la procédure

The image shows a student's handwritten work on a piece of paper. On the left, there is a table with two rows and three columns. The first row contains the word 'Personne', the number '5', and the number '20'. The second row contains the words 'nombre de citations', the number '2', and an empty cell. To the left of the table, a circled 'x25' has an arrow pointing to the 'Personne' cell. To the right of the table, another circled 'x25' has an arrow pointing to the empty cell in the second row. To the right of the table, there is a large, messy scribble of white ink with several lines pointing to it. Below the scribble, there is another smaller, less distinct scribble.

Personne	5	20
nombre de citations	2	

Attention à ne pas « formaliser » trop tôt !

Les erreurs des élèves

Difficulté à travailler avec les décimaux

Problème 4 :

Le train roule à la vitesse moyenne de 120 km par heure.
Combien de kilomètres le train parcourt-il en deux heures et demie ?

Peut-on trouver la réponse ?

Si NON, pourquoi ? Si OUI, quelle est la réponse ?

$$120 \times 2 = 140$$

Le train roulera à 140,5 kilomètre en deux heures et demie.

→ L'élève se sécurise avec le modèle additif dès que la nature des nombres utilisés se complique ! L'oral doit permettre de prévenir ce genre d'erreur.

Les erreurs des élèves

Un tableau ne fait pas la proportionnalité.

Problème 7 :

Un cycliste se chronomètre sur différentes distances. Il obtient le tableau suivant :

Distance (en kilomètres)	15	30	60
Durée (en minutes)	45	90	210

La durée est-elle proportionnelle à la distance parcourue ?
Justifie ta réponse.

Oui car c'est un tableau de proportionnalité.



Pour parler de proportionnalité **avec des élèves** il est important de **ne pas systématiser la représentation sous forme de tableau** de nombres.

Recourir aux propriétés de linéarité :

Si 6 stylos coûtent 10 € et 3 stylos coûtent 5 €, alors 9 stylos coûtent 15 €

Si j'ai deux fois, trois fois plus d'invités alors il me faudra deux fois, trois fois plus d'ingrédients...



Les tableaux de proportionnalité ne doivent pas être conçus comme des objets d'enseignement ; s'ils peuvent permettre de résumer clairement une situation proposée dans un problème, les opérations à réaliser pour résoudre un problème de proportionnalité au cycle 3 ne doivent pas se faire par un raisonnement sur des lignes ou des colonnes d'un tableau mais uniquement sur des cardinaux ou des grandeurs, en explicitant ce qui est fait, tant à l'oral qu'à l'écrit. L'enseignant permet aux élèves de dégager les avantages et inconvénients de différentes procédures possibles mais ne les présente pas comme les seules procédures attendues lors de la résolution d'un problème relevant de la proportionnalité. En variant les nombres et les relations numériques, l'enseignant habitue l'élève à changer de procédure pour choisir de manière pertinente la plus efficace pour lui.

Reconnaître une situation de proportionnalité

Problème 5 :

Théo a 5 ans. Il mesure 110 centimètres.
Quel sera sa taille à 10 ans ?

Peut-on trouver la réponse ?

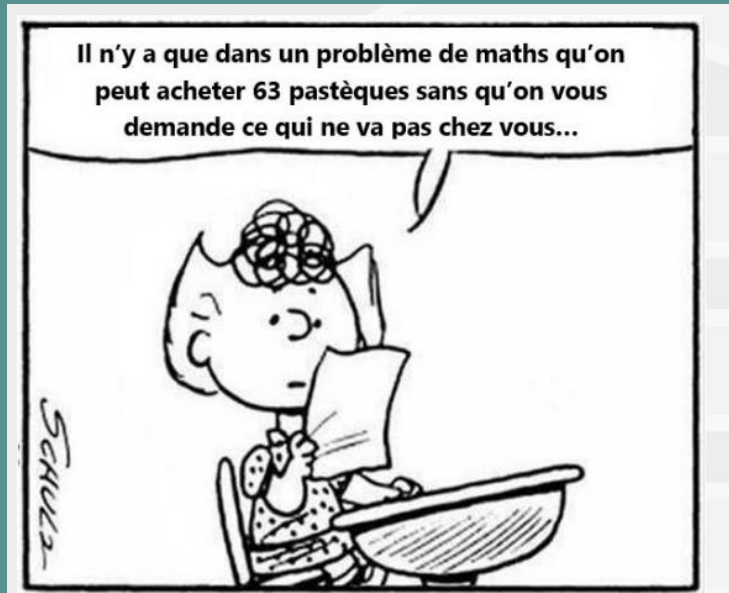
Si NON, pourquoi ? Si OUI, quelle est la réponse ?

~~OUI~~ il fera $2 \times 110 = 220$ centimètres ce qui est $2\text{m}20\text{cm}$
NON pas possible
ce n'est pas possible

Une situation qui n'est pas modélisable avec la proportionnalité devrait être justifiée en insistant sur l'oral (raisonnement par l'absurde).

Si cette situation était « de proportionnalité » quelle serait la taille de Théo à 50 ans ? À sa naissance ?

Distanciel : Résoudre des problèmes de proportionnalité



Poursuivre la formation en visionnant sur MAGISTERE

Enseigner la proportionnalité en CM1-CM2

Présentiel 1 : complément de formation

- la vidéo **Résolution de problèmes de proportionnalité dans le cadre d'une séance de calcul mental en CM1-CM2**
- la vidéo **Séances de résolution de problèmes de proportionnalité en CM1-CM2**

Deux modalités d'enseignement : rituel et séance/ séance de R de P



La séance est une séance de milieu de séquence sur la proportionnalité. Des travaux ont été menés en amont pour institutionnaliser différentes procédures possibles pour résoudre des problèmes de proportionnalité. Les procédures étudiées s'appuient sur les propriétés de la linéarité, en une étape ou deux étapes. Les problèmes en deux étapes sont nouveaux pour les élèves de CM1 alors qu'ils sont familiers pour les élèves de CM2 pour qui la procédure dite de « retour à l'unité » a déjà été rencontrée et institutionnalisée.

Objectif généraux de la séance :

- s'assurer de la maîtrise, par tous les élèves, des procédures utilisant les propriétés de linéarité pour résoudre des problèmes de proportionnalité (en une ou deux étapes).
- renforcer l'aptitude des élèves à voir les relations entre les nombres en jeu dans l'énoncé (faire « parler les nombres ») pour utiliser une procédure juste et pertinente.
- travailler sur le sens en faisant écrire ce qui est fait, les calculs effectués (pas d'utilisation de « techniques »).
- travailler sur les vitesses constantes et les échelles au CM2.

3 objets identiques pèsent ensemble 7 kg.

CM1

Combien pèsent ensemble 30 de ces objets ?

CM2

Combien pèsent ensemble 60 de ces objets ?

Canevas de déroulement d'une séance de RDP (dans une situation d'entraînement)

Etape 1 (5') : distribution des énoncés de problèmes (un nombre suffisant pour tous) consigne et mise au travail rapide → il faut optimiser le temps pendant lequel les élèves font des mathématiques !

Etape 2 (30') : temps de recherche mis à profit par l'enseignante pour circuler dans les rangs, valider ou étayer **individuellement**

Etape 3 (10') : mise en commun : correction d'un ou deux problèmes que tous les élèves ont pu traiter

Etape 4 : institutionnalisation : se référer à un pb de référence sur affichage de classe ou sur cahier d'élève → ici, l'enseignante se réfère à la stratégie d'utilisation des propriétés de linéarité pour l'addition et la multiplication

Eduscol →



éduscol Ministère de l'Éducation nationale et de la Formation professionnelle CYCLES 2 3 4
MATHÉMATIQUES
 Proportionnalité

Résoudre des problèmes de proportionnalité au cycle 3

Objectifs

Le projet Eduscol est une ressource à laquelle peuvent être consultés et adaptés de nombreux apprentissages mathématiques. Sa maîtrise est essentielle tant pour un usage direct, la réutilisation que dans un cadre professionnel. Son apprentissage s'inscrit dans la durée.

Dès le cycle 2, l'élève rencontre des situations de proportionnalité dans le cadre de la résolution de problèmes multiplicatifs. Ce travail se poursuit au cycle 3 dans un ensemble de trois thèmes : « Nombres et calculs », « Grandeurs et mesures » et « Espace et géométrie ». L'élève enrichit le champ des problèmes multiplicatifs en croisant diverses situations relatives de la proportionnalité auxquelles il peut donner du sens. Il apprend à repérer des situations relevant du sens de la proportionnalité. Il résout des problèmes de prix, de consommation, de recettes.



éduscol Ministère de l'Éducation nationale et de la Formation professionnelle CYCLES 2 3 4
MATHÉMATIQUES
 Proportionnalité

Résoudre des problèmes de proportionnalité au cycle 3

Exemples illustrant la notion de coefficient de proportionnalité

Ce document concerne les plans particulièrement développés de la rubrique « cycle 3 ».

Exemple 1

Objectif
 Les élèves sont capables de calculer le prix de revient par unité de produit.



éduscol Ministère de l'Éducation nationale et de la Formation professionnelle CYCLES 2 3 4
MATHÉMATIQUES
 Proportionnalité

Résoudre des problèmes de proportionnalité au cycle 3

Activité : Mousse au chocolat

Introduction

Ce document a un double objectif :

- identifier les différentes procédures pouvant être mises en œuvre par un élève de cycle 3 pour résoudre un problème de proportionnalité ;
- mettre à la portée des élèves et le choix des sens dans un exercice ou dans un problème afin de leur permettre d'appliquer les procédures apprises pour le résoudre.

L'objectif n'est pas, au cycle 3, de faire un cours théorique sur les différentes procédures permettant de traiter un problème de proportionnalité. La contextualisation reste de l'ordre de nos problèmes afin que, au-delà des données, il y ait une reconnaissance de l'environnement. Cependant, les élèves doivent connaître l'existence des différentes méthodes permettant de résoudre un problème de proportionnalité. Ils savent donc lire, suivre des exemples de résolution d'exercices géométriques, les différentes méthodes possibles. Lors de l'étape de mise en commun, ils peuvent comparer ces différentes méthodes et se rendre compte que, pour un exercice donné, certaines peuvent être plus efficaces que d'autres. Ils se gardent cependant de baptiser ces méthodes, aucune d'entre elles n'appartient à une seule méthode. L'élève doit apprendre à reconnaître dans un problème quel méthode ou méthodes lui permettent de le résoudre. Pour ce faire, dans nos problèmes, nous utilisons pour résoudre un problème une variété plus de données, de données, de données. Cette variété doit être un moyen de le résoudre, notamment en utilisant mental. Elles sont relatives et plus ou moins de données complexes. Pour un élève donné, l'objectif d'un problème pour résoudre



RESSOURCES



éduscol Ministère de l'Éducation nationale et de la Formation professionnelle CYCLES 2 3 4
MATHÉMATIQUES
 Proportionnalité

Résoudre des problèmes de proportionnalité au cycle 3

Activité : Puzzle

Objectif
 Résoudre des problèmes de proportionnalité.

Objectif
 Apprendre à utiliser une figure et calculer les longueurs.

Énoncé

Résoudre l'exercice en partant d'abord de la figure. Ne pas passer de proportionnalité à ce stade.

Apprendre à partir de la figure et la figure à ce que les longueurs relatives d'un rectangle soient égales.

Éclaircissement

L'enseignant explique à ce que la reproduction de la figure se réalise par les longueurs des différents rectangles qui la composent. Il s'agit de différencier les données de la figure, une figure composée de deux dimensions, peut être représentée par deux



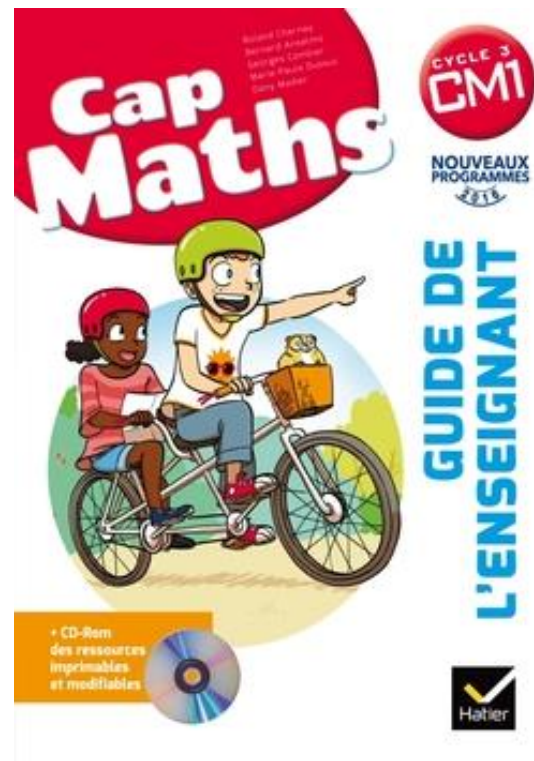
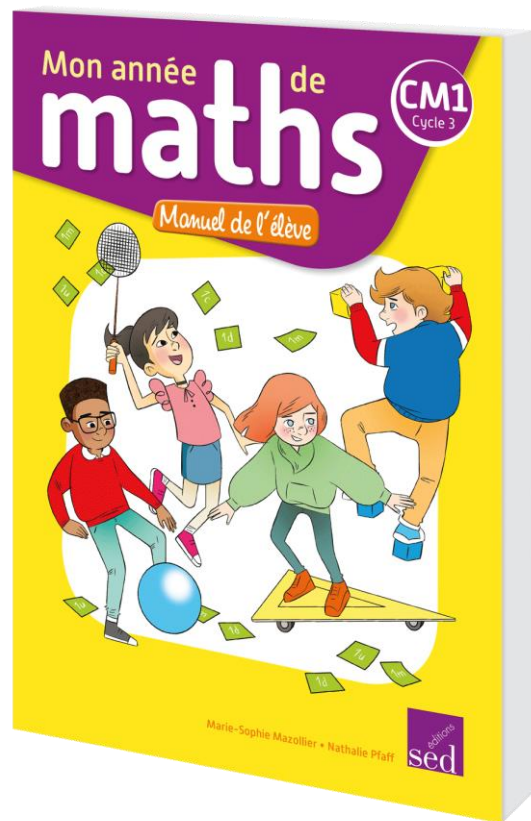
éduscol Ministère de l'Éducation nationale et de la Formation professionnelle ÉVALUATION CYCLES 2 3 4
MATHÉMATIQUES

Ressources pour l'évaluation en mathématiques

Compétences de cycle 3

3-1-1. Comparer, mesurer et utiliser les longueurs mathématiques, géométriques et physiques.

3-1. Les problèmes relatifs à des grandeurs et mesures.



Conclusion

- Notion à développer sur le long terme (cycle 2 – cycle 3 – cycle 4),
- Progressivité dans les procédures attendues (linéarité puis passage à l'unité puis coefficient de proportionnalité),
- Jouer sur les variables « numériques » (taille des nombres / rapport interne / rapport externe / nature des nombres),
- Insister sur l'oral (explicitation et confrontation),
- Multiplier les contextes (vie courante et problèmes mathématiques),
- Jouer sur l'interdisciplinarité (EPS, géographie, histoire, sciences, technologie...),
- Impliquer les élèves (vie de tous les jours),
- Résoudre des problèmes « concrets »,
- Confronter proportionnalité et non proportionnalité
- Introduire les tableaux lorsque la notion a un sens.

**Merci de votre
attention**

